SOLUCIONES

27. (Puntuación máxima: 3 Puntos) Una empresa fabrica dos tipos de colonia: A y B. La 1ª contiene un 15% de extracto de jazmín, un 20% de alcohol y el resto es agua, y la 2ª lleva un 30% de extracto de jazmín, un 15% de alcohol y el resto de agua. Diariamente se dispone de 60 litros de extracto de jazmín y 50 litros de alcohol. Cada día se pueden producir como máximo 150 litros de la colonia B. El precio de venta por litro de la colonia A es 500 ptas. y el de la B 2.000 ptas. Hallar los litros de cada tipo que deben producirse diariamente para que el beneficio sea máximo.

Solución.

Variables: $\begin{cases} x \equiv \text{litros colonia tipo A} \\ y \equiv \text{litros colonia tipo B} \end{cases}$

Función objetivo: F(x,y) = 500x + 2000y

Resumen de datos

	A	B	
Jazmín	15%	30%	60
Alcohol	20%	15%	50
	500 pts	2000 pts	

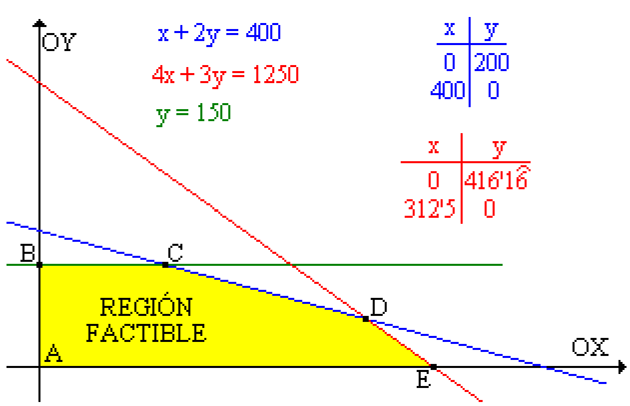
Restricciones:

$$\text{Jazmín: } \frac{15}{100}x + \frac{30}{100}y \le 60 \ ; \ 15x+30y \le 6000 \ ; \ x + 2y \le 400$$

$$\text{Alcohol: } \frac{20}{100}x + \frac{15}{100}y \le 50 \ ; \ 20x + 15y \le 5000 \ ; \ 4x + 3y \le 1250$$

$$y \le 150$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$

Región factible:



Límites de la región factible:

B: (0, 150)

$$C: \begin{cases} y = 150 \\ x + 2y = 400 \end{cases} (100, \quad 150)$$

$$D: \begin{cases} x + 2y = 400 \\ 4x + 3y = 1250 \end{cases} (260, \quad 70)$$

$$E: (312'5, \quad 0)$$

Optimación:

	x	**y**	**Z=f(x,y)=**
A	0	150	300.000
B	100	150	350.000
C	260	70	270.000
D	312'5	0	156250

El Beneficio máximo se obtiene con 100 unidades tipo A y 200 unidades tipo B, siendo este de 350000 pts.

32. (Puntuación máxima: 3 Puntos) Una empresa de automóviles tiene dos plantas P y Q de montaje de vehículos en las que produce tres modelos A, B y C. De la planta P salen semanalmente 10 unidades del modelo A, 30 del B y 15 del C y de la Q, 20 unidades del modelo A, 20 del B y 70 del C., cada semana. La firma necesita, al menos 800 unidades de A, 1600 de B y 1800 de C. Si el gasto de mantenimiento de cada planta es de 6 millones de pesetas semanales, ¿Cuántas semanas ha de funcionar cada planta para que el coste de producción sea mínimo?

Solución

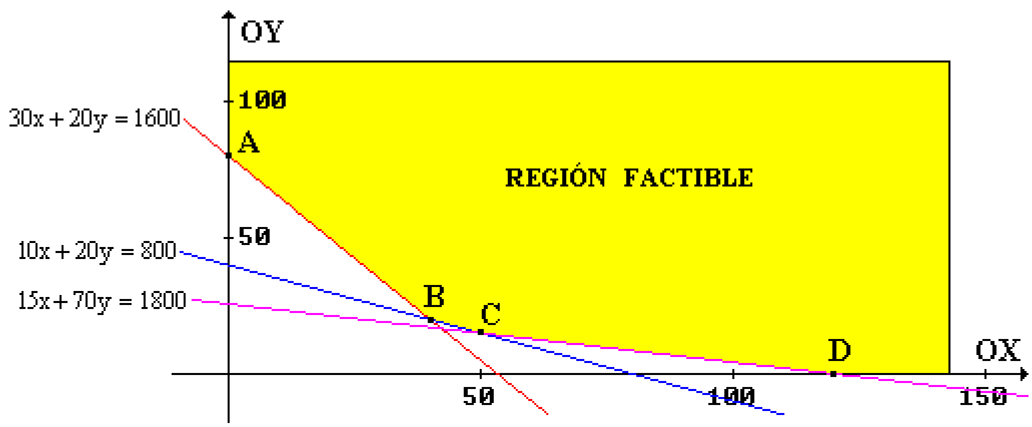
$x \equiv$ nº de semanas de trabajo en la planta P

$y \equiv$ nº de semanas de trabajo en la planta Q

$F(x,y) = 6x + 6y$ (expresada en millones de pesetas)

	Modelo A	**Modelo B**	**Modelo B**
P	10	30	15
Q	20	20	70
	800	1600	1800

$$\text{Restricciones:}\begin{cases}\text{Modelo A}: 10x + 20y \geq 800\\ \text{Modelo B}: 30x + 20y \geq 1600\\ \text{Modelo C}: 15x + 70y \geq 1800\\ x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0\end{cases}$$



Vértices de la región factible

$$A:\begin{cases}x = 0\\ 30x + 20y = 1600\end{cases} \Rightarrow A = (0,80)$$

$$B:\begin{cases}30x + 20y = 1600\\ 10x + 20y = 800\end{cases} \Rightarrow B = (40,20)$$

$$C:\begin{cases}10x + 20y = 800\\ 15x + 70y = 1800\end{cases} \Rightarrow C = (50,15)$$

$$D:\begin{cases}15x + 70y = 1800\\ y = 0\end{cases} \Rightarrow C = (120,0)$$

Optimación: Mínimo

	x	y	F(x,y) =6x +6y
A	0	80	480
B	40	20	360
C	50	15	390
D	120	0	720

El mínimo coste de producción cumpliendo todas las restricciones se obtiene trabajando 40 semanas en la planta P y 20 días en la planta Q, siendo este coste de 360 millones.

33. (Puntuación máxima: 3 Puntos) Una industria vinícola produce vino y vinagre. El doble de la producción de vino es siempre menor o igual que la producción de vinagre más cuatro unidades. Por otra parte, el triple de la producción de vinagre sumado con 4 veces la producción de vino se mantiene siempre menor o igual a 18 unidades. Halla el número de unidades de cada producto que se deben producir para alcanzar un beneficio máximo, sabiendo que cada unidad de vino deja un beneficio de 800 pta. y cada unidad de vinagre 200 pta.

Solución.

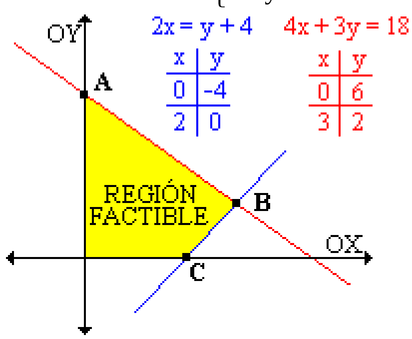
x ≡Unidades de vino

y ≡ Unidades de vinagre

La **función objetivo** debe expresar el beneficio en función de la unidades de vino y vinagre se vendan:

$$F(x, y) = 800x + 200y$$

$$\textbf{Restricciones:} \begin{cases} 2x \le y + 4 \\ 4x + 3y \le 18 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$



Vértices de la región factible:

$$A: \begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow A = (0,6)$$

$$B: \begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 2x = y + 4 \end{cases} \Rightarrow B = (3,2)$$

$$C: \begin{cases} 2x = y + 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C = (2,0)$$

Optimación. (Máximo de F)

	x	y	F(x, y)
A	0	6	1200
B	3	2	2800
C	2	0	1600

Se obtiene un beneficio máximo de 2800 pts sometido alas restricciones del sistema vendiendo 3 unidades de vino y 2 de vinagre.

34. (Puntuación máxima: 3 puntos) Una empresa especializada en la fabricación de mobiliario para casas de muñecas, produce cierto tipo de mesas y sillas que vende a 2000 pesetas y 3000 pesetas por unidad,

respectivamente. Desea saber cuántas unidades de cada artículo debe fabricar diariamente un operario para maximizar los ingresos, teniéndose las siguientes restricciones:
El número total de unidades de los dos tipos no podrá exceder de 4 por día y operario.
Cada mesa requiere 2 horas para su fabricación; cada silla, 3 horas. La jornada laboral máxima es de 10 horas.
El material utilizado en cada mesa cuesta 400 pts. El utilizado en cada silla cuesta 200 pts. Cada operario dispone de 1.200 ptas diarias para material.

Solución:

Variables:

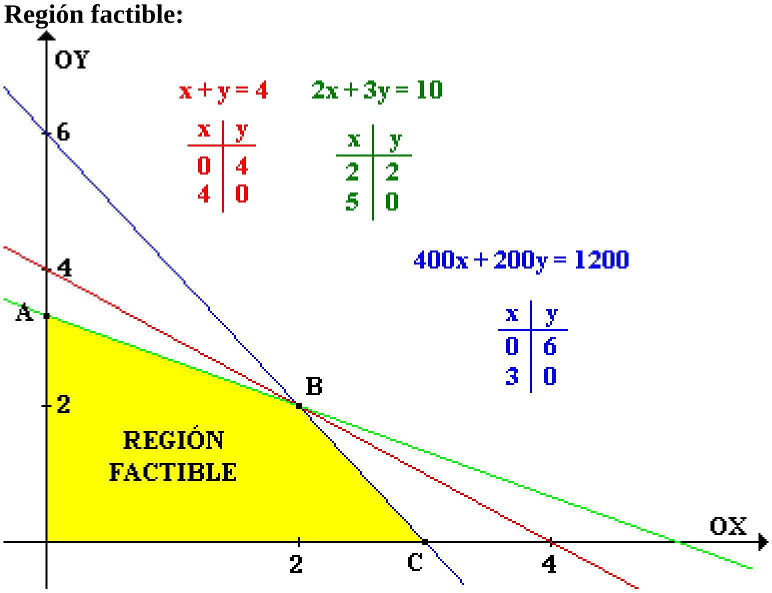
- $x \equiv$ nº de mesas
- $y \equiv$ nº de sillas

Función objetivo:

$$F(x, y) = 2000x + 3000y$$

Restricciones: $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \leq 10 \\ 400x + 200y \leq 1200 \\ x \geq 0; \quad y \geq 0 \end{cases}$

Región factible:



Vértices de la región factible:

A: $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ x = 0 \end{cases} : \text{sol.}\left(0, \frac{3}{10}\right)$

B: $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases} : \text{sol.}(2,2)$

C: $\begin{cases} y = 0 \\ 400x + 200y = 1200 \end{cases} : \text{sol.}(3,0)$

Optimación:

	x	y	z=F(x,y)=2000x+3000y
A	0	$3'\widehat{3} \approx 3$	9000
B	2	2	10000
C	3	0	6000

El beneficio se obtiene produciendo 2 mesas y dos sillas.

35. (Puntuación 3 puntos) Una agencia de viajes vende paquetes turísticos para acudir a la final de un campeonato de fútbol. La agencia está considerando ofrecer dos tipos de viajes: El 1º de ellos (A) incluye desplazamiento en autocar para dos personas, una noche de alojamiento en habitación doble y cuatro comidas. El 2º (B) incluye desplazamiento en autocar para una persona, una noche de alojamiento en habitación también doble y dos comidas.

El precio de venta del paquete A es de 15.000 ptas. y el del paquete B es de 9.000 ptas. La agencia tiene contratadas un máximo de 30 plazas de autobús, 20 habitaciones dobles y 56 comidas. El número de paquetes del tipo B no debe superar al de los de tipo A. La empresa desea maximizar sus ingresos. Se pide:

a) Expresar la función del objeto.
b) Escribir mediante inecuaciones las restricciones del problema y representar gráficamente el recinto definido.
c) Determinar cuantos paquetes de cada tipo debe vender la agencia para maximizar sus ingresos. Calcular dichos ingresos.

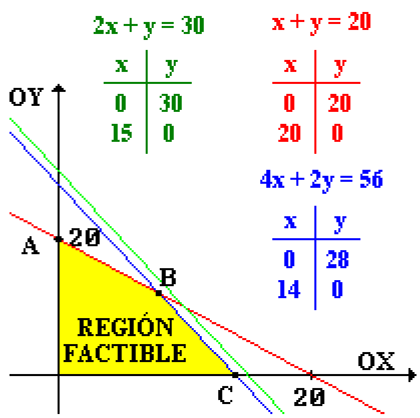
SOLUCIÓN:

	PLAZAS AUTOCAR	PLAZAS DE ALOJAMIENTO	NÚMERO DE COMIDAS	
TIPO A	**2**	**1**	**4**	**15.000**
TIPO B	**1**	**1**	**2**	**9.000**
	30	**20**	**56**	

a) **Función objetivo:** F(x,y)=15.000x + 9.000y

b) **Restricciones:** $\begin{cases} x+y \le 30 \\ x+y \le 20 \\ 4x+2y \le 56 \\ x \ge 0 : y \ge 0 \end{cases}$

Región factible



Vértices de la región factible

- A: $\begin{cases} x+y=20 \\ x=0 \end{cases} : A(0,20)$
- B: $\begin{cases} x+y=20 \\ 4x+2y=56 \end{cases} : B(8,12)$
- C: $\begin{cases} 4x+2y=56 \\ y=0 \end{cases} : C(14,0)$

Optimación

	x	y	F(x,y)=15.000x + 9.000y
A	0	20	180.000
B	**8**	**12**	**228.000**
C	14	0	210.000

El ingreso máximo es de 228.000 pts., y se obtiene vendiendo 8 paquetes tipo A y 12 paquetes tipo B.